LA TAVOLA DELLE INTERDIPENDENZE SETTORIALI

L'IMPOSTAZIONE DI BASE

Le connessioni produttive di un sistema economico-territoriale possono essere interpretate con il modello di analisi definito dall'economista Wassily Leontief[1], che si concretizza nelle note Tavole Input-Output (TIO).
Una TIO schematizza la complessità di un sistema produttivo: ogni settore è contemporaneamente un acquirente della produzione di altri settori (fattori di produzione che utilizza) e un venditore del proprio prodotto: lo vende ad altri settori (che lo utilizzano nei loro processi produttivi) ed alla domanda finale. La lettura "orizzontale" della TIO descrive un settore come venditore, mentre quella "verticale" lo qualifica come acquirente di fattori produttivi e quindi come "attivatore" del sistema produttivo. È perciò la lettura "verticale" della TIO che suscita l'interesse predominante, perché evidenzia gli effetti produttivi sistemici di uno stimolo rivolto a uno o più settori[2].
La TIO consente di stabilire come si attiva l'economia locale in conseguenza di investimenti e consumi sia di organizzazioni pubbliche che di entità private, ed ovviamente evidenzia anche come si disattiva l'economia locale in ragione di interventi analoghi ma di segno negativo (disinvestimenti dei privati, aumento del prelievo fiscale, cessazione dei sostegni pubblici, ecc.).
Le problematiche che emergono nel definire una TIO per un sistema produttivo locale vengono superate con metodologie internazionalmente riconosciute (metodo *RAS* e metodo *FLQ*):

- Primo problema: l'aggiornamento temporale. Nel nostro paese la TIO è preparata dall'ISTAT (tra le varie tavole pubblicate è la SIMM_TOT_63BxB), ma purtroppo ciò non avviene tempestivamente. È perciò necessario un aggiornamento ad una data quanto più ravvicinata a quella dell'analisi. Dal pioneristico studio del 1940 di Deming e Stephan[3], confermato da successive applicazioni[4], questo problema si risolve con la procedura *RAS* che trasforma una matrice datata, bilanciandola e riproporzionandola su valori più recenti.
- Secondo problema: estrarre dalla TIO nazionale una TIO locale. Nel farlo, l'aderenza al territorio analizzato deve essere massima. Per garantire questo il metodo più diffuso a livello internazionale si basa sulla procedura sviluppata a più riprese da Flegg, Webber, Elliot e Tohmo tra il 1995 ed il 2013[5]. Il metodo, noto come *FLQ formula*, ripreso da altri economisti 208 volte (almeno[6]), si fonda sulle interconnessioni locali *intra industry* (interni al settore considerato) e *cross industry* (tra il settore considerato e gli altri), che opportunamente definiti ed utilizzati consentono di estrarre una sub-matrice locale dalla matrice generale italiana[7].

COSTRUZIONE ANALITICA DELLA TAVOLA INPUT-OUTPUT

Il funzionamento analitico dell'applicazione non è di per sé semplice ed intuitivo, ma può essere semplificato con un esempio.
Si supponga che il sistema economico di un territorio sia composto di *n* settori produttivi, e di concentrare l'attenzione sul bene 1. Se si indica con X_1 il valore complessivamente disponibile di detto bene, e con Z le varie componenti della domanda finale[8], la lettura "orizzontale" della TIO è la seguente:

$$X_{11} + X_{12} + \ldots + X_{1j} + \ldots + X_{1n} + Z_1 = X_1 \qquad [1]$$

La disponibilità totale del bene 1 (X_1) viene in parte utilizzata all'interno del medesimo settore 1 (X_{11}[9]), e per il resto viene ceduta agli altri n-1 settori produttivi ($X_{12} + \ldots + X_{1j} + \ldots + X_{1n}$), che utilizzano il bene 1 nei rispettivi processi

---

[1] Leontief (1941), (1951) e (1986).
[2] La logica della TIO si fonda su alcune ipotesi:
- le attività di produzione sono omogenee di grado 1, quindi caratterizzate da rendimenti di scala costanti;
- le connessioni produttive sono stabili perlomeno nel breve periodo;
- elevata elasticità dell'offerta di input.

[3] Deming e Stephan (1940).
[4] Nicolardi (1998). Toh (1998). Trinh e Phong (2013). Rao e Tommasino (2014). Rao (2017). Shuja, Lazim e Yap (2017).
[5] Flegg, Webber, Elliott (1995). Flegg e Webber (1997). Flegg e Webber (2000). Flegg e Tohmo (2013).
[6] Conteggio effettuato l'8 marzo 2021; ora sarà certamente superiore.
[7] La matrice nazionale di base, fornita dall'ISTAT, disaggrega l'economia in 61 micro-settori. Ne consegue che detta matrice è composta di 3.741 coefficienti; una sua derivazione locale si traduce in 14.884 coefficienti per lo sviluppo su due livelli (Paese e una sub-area) o 33.489 coefficienti per tre livelli (Paese, sub-area e ulteriore sub-area interna a quest'ultima; esempio: Paese, Lombardia, Provincia di Milano).
[8] Consumi privati e pubblici, investimenti lordi (privati e pubblici, comprese le scorte), esportazioni.
[9] Il primo numero del pedice sta ad indicare il bene, il secondo il settore che lo utilizza.

produttivi, e alla domanda finale (Z_1). Considerando tutti i beni-servizi prodotti (n), si ottiene un sistema totale di *n* equazioni, la cui lettura "orizzontale" ammette soluzione unica (nota come "soluzione rispetto alle quantità"[10]) grazie all'ipotesi semplificatrice di Leontief: i rendimenti di scala sono invarianti rispetto alle quantità X_j da produrre, e stabili nel tempo. È così possibile definire i *coefficienti tecnici*:

$$a_i = \frac{X_{ij}}{X_j}$$

Su questa base l'equazione [1] si può così riscrivere:

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \ldots + a_{1j}X_j + \ldots + a_{1n}X_n + Z_1 = X_1 \qquad [2]$$

L'interpretazione dei termini $a_{11}X_1$ e Z_1 è intuitiva; gli altri termini $a_{1j}X_j$ si interpretano come il controvalore del bene 1 in termini del bene j, venduto al j-esimo settore per soddisfare le esigenze produttive del j-esimo bene. In pratica l'equazione [2] descrive come "venditore" il settore 1 (che produce il bene 1).
Se esistono *n* equazioni come la [2]:

$$\begin{aligned}
&a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + \ldots + a_{1j}X_j + \ldots + a_{1n}X_n + Z_1 = X_1\\
&a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + \ldots + a_{2j}X_J + \ldots + a_{2n}X_n + Z_2 = X_2\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&a_{i1}X_1 + a_{i2}X_2 + \ldots + a_{ij}X_j + \ldots + a_{in}X_n + Z_i = X_i\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&a_{n1}X_1 + a_{n2}X_2 + \ldots + a_{nj}X_j + \ldots + a_{nn}X_n + Z_n = X_n
\end{aligned}$$

allora è possibile anche la lettura "verticale" del sistema che è così raffigurabile:

$$a_{11}X_1 + a_{21}X_1 + \ldots + a_{i1}X_1 + \ldots + a_{n1}X_1 = CI_1 \qquad [3][11]$$

Il termine CI rappresenta il consumo intermedio dei beni prodotti. L'interpretazione "verticale" è fondamentale: sempre con riferimento al settore 1, gli elementi della prima colonna a partire dalla seconda riga rappresentano la "sollecitazione produttiva" che questo settore induce sugli altri settori nel momento in cui si mette in moto.
Se poi l'obiettivo è l'approssimazione delle interdipendenze settoriali su livelli territoriali locali, è necessario sviluppare lungo la diagonale della TIO nazionale le sub-matrici che descrivono i sistemi territoriali locali, e al di fuori della medesima diagonale le sub-matrici che rappresentano la "sollecitazione produttiva" che ogni sistema territoriale esercita sugli altri. È necessario utilizzare la prima citata metodologia *FLQ*, integrata dalle utili puntualizzazioni di Danielis (2011). Questa metodologia è molto complessa: per approfondimenti si rinvia alla bibliografia indicata aal fine di questo documento.

GLI EFFETTI MOLTIPLICATIVI SULLA PRODUZIONE

Dopo aver costruito la TIO, è possibile rispondere a due domande fondamentali.
La prima è la seguente: *qual è il potenziale di attivazione della produzione di una sollecitazione della domanda finale?*
Prima di rispondere a questa domanda è opportuno ricordare che si sta operando con la parte "interna" del sistema produttivo poiché, per semplicità, si suppone invariante la propensione all'importazione, e conseguentemente il vettore della domanda finale (Z) è dato dai Consumi (pubblici e privati), dagli Investimenti Lordi (pubblici e privati) e dal *saldo* Export-Import[12].
Per semplificare l'esposizione è conveniente passare alla notazione matriciale, più compatta e sintetica, con la quale si esprime come segue il precedente sistema di *n* equazioni produttive:

---

[10] La domanda finale viene considerata esogena, mentre endogena è invece la produzione interna: questo conduce ad una opportuna riscrittura del sistema che permette di valutare quale delta produttivo verrebbe generato da una ipotetica variazione della domanda finale.

[11] Considerando ora il sistema complessivo, si noterà che le somme verticali, così come ora definite, non coincidono con le somme orizzontali. Per completare il sistema, infatti, nella lettura "verticale" vanno considerate anche la produzione importata, le imposte sulla produzione (al netto dei contributi alla produzione) ed il valore aggiunto; quest'ultimo si disarticola a sua volta nella quota assegnata al fattore lavoro, a quella per la copertura dei costi fissi (ammortamenti e altri accantonamenti) e nel "residuo" noto come Risultato di Gestione.

[12] E non dall'Export assoluto.

$$AX + Z = X \rightarrow X(I-A) = Z \quad [13]$$

È poi necessario definire la cosiddetta *inversa di Leontief*[14], cioè $(I-A)^{-1}$, e quindi:

$$X = (I-A)^{-1} Z \quad [15]$$

L'attenzione va posta all'*inversa di Leontief*, perché è con essa che si risponde alla domanda prima posta (ed anche alla successiva). Indicando con k_{ij} il generico elemento della stessa, la matrice $(I-A)^{-1}$ assume questa configurazione:

$$\begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & \dots & k_{1j} & \dots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2j} & \dots & k_{2n} \\ k_{i1} & k_{i2} & \dots & k_{ij} & \dots & k_{in} \\ k_{n1} & k_{n2} & \dots & k_{nj} & \dots & k_{nn} \end{bmatrix}$$

Le <u>*somme verticali dei coefficienti k_{ij} definiscono i moltiplicatori settoriali totali, che indicano cioè il Valore della Produzione attivato da 1€ di produzione iniziale del settore considerato*</u>:

$$PROD_j = \sum_j k_{ij} = k_{1j} + k_{2j} + \dots + k_{nj}$$

GLI EFFETTI SUL FATTORE LAVORO

Il secondo cruciale quesito è: *qual è il potenziale impiego di lavoro di una sollecitazione della domanda finale?*
Per rispondere a questa seconda domanda bisogna riconsiderare la visione matriciale del sistema produttivo, inserendovi però i *coefficienti di attivazione del lavoro, intesi come ore di lavoro necessarie a realizzare la nuova produzione richiesta* (θ_i). Una volta definiti, si costruisce la loro matrice diagonale Θ:

$$\Theta = \begin{bmatrix} \theta_1 & 0 & \dots & 0_j & \dots & 0 \\ 0 & \theta_2 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \theta_i & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \theta_n \end{bmatrix}$$

Conseguentemente i moltiplicatori delle ore di lavoro si ottengono dal prodotto $\Theta(I-A)^{-1}$:

$$\begin{bmatrix} \theta_1 k_{11} & \theta_1 k_{12} & \dots & \theta_1 k_{1j} & \dots & \theta_1 k_{1n} \\ \theta_2 k_{21} & \theta_2 k_{22} & \dots & \theta_2 k_{2j} & \dots & \theta_2 k_{2n} \\ \theta_i k_{i1} & \theta_i k_{i2} & \dots & \theta_i k_{ij} & \dots & \theta_i k_{in} \\ \theta_n k_{n1} & \theta_n k_{n2} & \dots & \theta_n k_{nj} & \dots & \theta_n k_{nn} \end{bmatrix}$$

in modo identico a quello già visto per quelli della produzione, cioè come somma per colonna degli elementi della matrice $\Theta(I-A)^{-1}$:

$$ADD_j = \sum_j \theta_i k_{ij} = \theta_1 k_{1j} + \theta_2 k_{2j} + \dots + \theta_n k_{nj}$$

Desunti questi moltiplicatori si può così stabilire quante ore di lavoro siano necessarie per consentire l'incremento della produzione.
Una importante precisazione. Va sottolineato il fatto che mentre per la produzione si può certamente discutere in termini di "incremento", ciò non è parimenti possibile per le ore di lavoro, per le quali i risultati della simulazione devono essere considerati alla stregua di "ore di lavoro *perlomeno mantenute* sulla posizione lavorativa". Certamente non si può escludere che l'incremento della produzione dia luogo a incrementi di ore di lavoro, ma si

[13] I è la nota *matrice identica* (vale 1 lungo la diagonale e 0 altrove).
[14] Ciò è possibile se la (I-A) non è singolare.
[15] Si premoltiplica la X(I-A)=Z per $(I-A)^{-1}$; dopodiché, date le proprietà $(I-A)^{-1}(I-A)=I$ e IX=X, si ottiene la $X=(I-A)^{-1}Z$

tratta di una opzione non quantificabile a priori perché non è nota l'intensità di impiego degli addetti già presenti precedentemente allo stimolo alla nuova produzione[16].

BIBLIOGRAFIA DI BASE

Amato A. e Costa P. (1978) - *Interdipendenze industriali e programmazione regionale,* Milano, F. Angeli

Azorin D.A., Alpanez R.M., Sanchez de la Vega M. (2022) - *A new proposal to model regional input–output structures using location quotients. An application to Korean and Spanish regions*, Papers in Regional Science, 101(5)

Bacharach M. (1970) - *Biproportional matrices & input-output change*, Cambridge University Press, Cambridge

Danielis R. (2011) - *Il sistema marittimo-portuale del Friuli Venezia Giulia. Aspetti economici, statistici e storici*, Trieste, Edizioni Università di Trieste

Deming W.E e Stephan F.F. (1940) - *On a least squares adjustment of a sampled frequency table when expected marginal totals are known*, Annals of Mathematical Statistics, 11(4)

Flegg A.T., Lamonica G.R., Chelli F., Recchioni M.C., Tohmo T. (2021) - *A new approach to modelling the input–output structure of regional economies using non-survey methods*, Journal of Economic Structures, 10(1)

Flegg A.T., Mastronardi L.J., Romero C.A. (2016) - *Evaluating the FLQ and AFLQ formulae for estimating regional input coefficients: empirical evidence for the province of Cordoba, Argentina*, Economic Systems Research, 28

Flegg A.T. e Tohmo T. (2013) - *Regional input-output tables and the FLQ formula: a case study of Finland*, Regional Studies, 47(5)

Flegg A.T. e Tohmo T. (2016) - *Estimating regional input coefficients and multipliers: The use of FLQ is not a gamble*, Regional Studies, 50(2)

Flegg A.T. e Tohmo T. (2018) - *The regionalization of national input_output tables: a review of the performance of two key non-survey methods*, in K. Mukhopadhyay (ed.), *Applications of the input_output framework*, (pp. 347–386). Springer

Flegg A.T. e Tohmo T. (2019) - *The regionalization of national input-output tables: a study of South Korean regions*, Papers in Regional Science, 98(2)

Flegg A.T. e Webber C.D. (1997) - *On the appropriate use of location quotients in generating regional input-output tables: reply*, Regional Studies, 31

Flegg A.T. e Webber C.D. (2000) - *Regional size, regional specialization and the FLQ formula*, Regional Studies, 34

Flegg A.T, Webber C.D., Elliott M.W. (1995) - *On the appropriate use of location quotients in generating regional input-output tables*, Regional Studies, 29

Galasso A. e Infantino G. (2008) - *Analisi input-output: presupposti teorici e possibili applicazioni*, MEF, note tematiche n. 7

Holy V. e Safr K. (2020) - *Disaggregating input-output tables by the multidimensional RAS method*, https://arxiv.org/pdf/1704.07814.pdf

Hughes W.R. (1997) - *A comparison of economic impacts with the use of economic base and input-output methodologies*, Environmental Planning, 29(4)

ISTAT (2019) - *Il sistema di tavole input-output. Nota metodologica*, gennaio

Kolokontes A.D. (2025) - *Symmetrical Approaches for the Non-Survey Regionalization Techniques: Ameliorating the Flegg's Location Quotients*, Economy of Regions, 21(4)

Lenzen M., Gallego, B., Wood R. (2009) - *Matrix balancing under conflicting information*, Economic Systems Research, 21

Leontief W. (1941) - *The structure of american economy 1919-1929*, 1ª edizione, Cambridge, Mass., Harvard University Press

Leontief W. (1951) - *The structure of american economy 1919-1929*, 2ª edizione, Cambridge, Mass., Harvard University Press

Leontief W. (1986) - *Input-output economics*, New York, Oxford University Press

Mantegazza S. e Pascarella C. (2006) - *Il nuovo approccio integrato ai conti nazionali: le tavole delle risorse e degli impieghi*, contributo per il seminario *La revisione generale dei conti nazionali del 2005*, Roma, 21-22 giugno, pubblicato sul sito dell'ISTAT

Mantegazza S. e Pisani S. (2000a) - *Analysis of the calculation methodologies of National Accounts in the I-O framework: consistency, constraints and independent estimation*, 13th International Conference on Input-Output Techniques, Macerata 21-26 agosto

[16] Un'azienda potrebbe avere addetti sottoutilizzati, oppure, ritenendo come temporanea la sollecitazione alla produzione che ha ricevuto, far ricorso all'orario straordinario o alle forme d'impiego fornite da agenzie per il lavoro.

Mantegazza S. e Pisani S. (2000b) - *ISTAT input output table: present practices and future development*, 13th International Conference On Input-Output Techniques, Macerata 21-26 agosto

Nicolardi V. (1998) – *Un sistema di bilanciamento per matrici contabili di grandi dimensioni*, ISTAT, Quaderni di Ricerca, n. 4

Pasinetti L. (1981) - *Lezioni di teoria della produzione*, Bologna, Il Mulino, 1981, capitoli 2 e 4

Rao M. e Tommasino M.C. (2014) - *Updating technical coefficients of an input-output matrix with RAS*, Enea, RapportoTecnico n. 5

Rao M. (2017) - *Alcune note sul metodo RAS*, Enea

Sargento A.L.M. (2009) - *Introducing input-output analysis at the regional level: basic notions and specific issues*, Regional Economics Applications Laboratory, University of Illinois

Socci C., Deriu, S., Moreno-Reyes, E., Almonti, L. (2025) - *Flegg location quotients and estimation of regional economic flows: the Italian case*, Spatial Economic Analysis, 1–19

Stone R., Champernowne D.C., MEADE J. (1942) - *The precision of national income estimates*, Review of Economic Studies, 9(2)

Shuja N., Lazim M.A., Yap B.W. (2017) - *Projecting input-output table for Malaysia: a comparison of RAS and EURO method*, Pertanika Journal Science & Technology, 25(3)

Toh M.H. (1998) - *Projecting the Leontief inverse directly by the RAS method*, University of Singapore, paper prepared for the 12th International Conference on Input-Output Techniques, New York, 18-22 may

Trinh B.T. e Phong N.V. (2013) - *A short note on RAS method*, Advances in Management & Applied Economics, 3(4)